

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Σχεδιασμός Μεταφορικών Συστημάτων

Άσκηση 2^η: Κατανομή Μετακινήσεων με μοντέλο βαρύτητας

Βαθμονόμηση:

Δίνονται στην εκφώνηση οι πίνακες, προέλευσης προορισμού (πίνακας 1) και χρόνων μετακίνησης (πίνακας 2), στις διάφορες ζώνες της περιοχής μελέτης, για το έτος βάσης. Είναι ακόμη γνωστός ο πίνακας χρόνων μετακίνησης, για το έτος πρόβλεψης (πίνακας 4) αλλά και τα σύνολα μετακινήσεων προέλευσης και προορισμού για την κάθε ζώνη (πίνακας 3) και ζητούνται τις επιμέρους μετακινήσεις από ζώνη σε ζώνη με κάθε συνδυασμό.

Πίνακας 1

	1	2	3	4	O_i
1	350	660	505	225	1740
2	600	420	175	850	2045
3	450	150	600	600	1800
4	190	780	565	405	1940
D_j	1590	2010	1845	2080	7525

Πίνακας 2

c_{ij}	1	2	3	4
1	5	6	11	16
2	6	4	18	7
3	11	18	7	13
4	16	7	13	2

Πίνακας 3

Ζώνες	O'_i	D'_j
1	1479	1988
2	2761	3317
3	2790	1384
4	2231	3016

Πίνακας 4

c'_{ij}	1	2	3	4
1	6	5	13	13
2	5	5	20	6
3	13	20	8	16
4	13	6	16	2

Για την επίλυση αυτού του προβλήματος θα ακολουθήσουμε με την μεθοδολογία του μοντέλου βαρύτητας.

Αρχικά φτιάχνουμε 4 κλάσεις χρόνου που καλύπτουν το φάσμα των χρόνων μετακίνησης από 0-20. Σύμφωνα με αυτές κατατάσσουμε τα στοιχεία του Πίνακα 2 στην κλάση που αντιστοιχούν, τα οποία στους επόμενους πίνακες αποτελεσμάτων θα έχουν το αντίστοιχο χρώμα με αυτό που έχουν τα πεδία τιμών – χρόνων για διευκόλυνση στην κατανόηση.

Στην συνέχεια αναγράφονται οι μετακινήσεις T_m^0 οι οποίες είναι το άθροισμα των μετακινήσεων των κελιών στον πίνακα 1 που έχουν τις ίδιες συντεταγμένες με τα κελιά που γράψαμε στην προηγούμενη στήλη.

Τα F_m^0 είναι παντού μονάδα, γιατί είναι η τιμή *έναρξης της επανάληψης* (βρόγχος) που θα ακολουθήσει.

Υπολογίζονται οι μετακινήσεις T_m^1 (ο δείκτης 1 εκφράζει την 1η επανάληψη) για να γίνει αυτό θα πρέπει πρώτα να συμπληρωθεί ένας νέος Π-Π πίνακας με τα παρακάτω στοιχεία:

$$T_{ij}^{n+1} = \frac{O_i^0 * D_j^0 * F^n(c_{ij})}{\sum_{j=1}^J D_j * F^n(c_{ij})}$$

Αφού κατασκευαστεί ο πίνακας 5 το κάθε στοιχείο της πέμπτης στήλης T_m^1 θα είναι ίσος με το άθροισμα των κελιών που έχουν το ίδιο χρώμα το οποίο αντιστοιχεί στην κάθε κλάση της στήλης των πεδίων τιμών. Αθροίζουμε αυτά τα κελιά γιατί είναι αυτά που αναγράφονται στην 2^η στήλη.

Τα επόμενα F υπολογίζονται με την παρακάτω σχέση:

$$F_m^n = F_m^{n-1} * \frac{T_m^0}{T_m^n}$$

όπου m: δηλώνει την σειρά του πίνακα (αυτόν που κατασκευάζουμε)

n: δηλώνει την επανάληψη

Για να βρούμε τα T_m^2 θα κατασκευάσουμε των νέο πίνακα Π-Π όπως κάναμε για την στήλη 5 με την βοήθεια της 1^{ης} σχέσης. Όμως σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να κατασκευάσουμε έναν συμπληρωματικό-βοηθητικό πίνακα $F^n(c_{ij})$. Αυτός θα είναι ένας πίνακας 4x4 και συμπληρώνεται βάζοντας τις τιμές της

έκτης στήλης στα ζεύγη-κελιά που αντιστοιχούν κοιτώντας την 2^η στήλη με τα ζεύγη.

Οπότε τώρα μπορούμε να κατασκευάσουμε τον επόμενο πίνακα μετακινήσεων της 2^{ης} επαναλήψης.

Λειτουργούμε επαναληπτικά με την ίδια διαδικασία έως ότου οι τιμές T_m της n επανάληψης συγκλίνουν με τις αρχικές T_m^0 . Χρειάστηκαν 4 επαναλήψεις.

Πίνακας 5

n=1	1	2	3	4	O _i
1	368	465	427	481	1740
2	432	546	501	565	2045
3	380	481	441	498	1800
4	410	518	476	536	1940
D _j	1590	2010	1845	2080	7525

Πίνακας 6

n=2	1	2	3	4	O _i
1	311	700	531	198	1740
2	613	436	195	802	2045
3	436	183	612	570	1800
4	165	759	575	441	1940
D _j	1524	2077	1913	2011	7525

Πίνακας 7

F ¹ (c _{ij})	1	2	3	4
1	0,810	1,441	1,191	0,395
2	1,441	0,810	0,395	1,441
3	1,191	0,395	1,441	1,191
4	0,395	1,441	1,191	0,810

Πίνακας 8

n=3	1	2	3	4	O _i
1	308	701	533	198	1740
2	615	431	195	804	2045
3	436	182	611	571	1800
4	165	760	578	437	1940
D _j	1523	2075	1917	2010	7525

Πίνακας 9

$F^2(c_{ij})$	1	2	3	4
1	0,801	1,443	1,196	0,395
2	1,443	0,801	0,395	1,443
3	1,196	0,395	1,443	1,196
4	0,395	1,443	1,196	0,801

Πίνακας 10

Πεδίο τιμών χρόνου	Ζεύγη	T^0_m	F^0_m	T^1_m	F^1_m	T^2_m	F^2_m	T^3_m	F^3_m	T^4_m
0,1-5,0	11, 22, 44	1175	1	1450	0,810	1188	0,801	1176	0,801	1175
5,1-10,0	12, 21, 24, 33, 42	3490	1	2422	1,441	3485	1,443	3491	1,443	3490
10,1-15,0	13, 31, 34, 43	2120	1	1780	1,191	2112	1,196	2118	1,197	2120
15,0-20,0	14, 23, 32, 41	740	1	1873	0,395	741	0,395	740	0,395	740

Εκτίμηση Μελλοντικού Μητρώου:

Με την βοήθεια της 10^{ης} στήλης του πίνακα 5 που κατασκευάσαμε δηλαδή τις F_m^3 τιμές κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα 11 με τον τρόπο που κατασκευάσαμε και τον 6. Μόνο που τον 6 τον φτιάξαμε σύμφωνα με τα ζεύγη του πίνακα 2 (έτους βάσης), που αντιστοιχούν στις συγκεκριμένες κλάσεις. Όμως τώρα τα ζεύγη είναι διαφορετικά γιατί επιλέγονται σύμφωνα με το πίνακα 4 (έτος πρόβλεψης).

Πίνακας 11

Για το έτος πρόβλεψης

Πεδίο τιμών χρόνου	Ζεύγη
0,1-5,0	12, 21, 22, 44
5,1-10,0	11, 24, 33, 42
10,1-15,0	13, 31, 41, 14
15,0-20,0	23, 32, 34, 43

$F_m(c_{ij})$	1	2	3	4
1	1,443	0,801	1,197	1,197
2	0,801	0,801	0,395	1,443
3	1,197	0,395	1,443	0,395
4	1,197	1,443	0,395	0,801

Για να φτιάξουμε το μελλοντικό μητρώο παίρνουμε τα σύνολα που δίνονται απ' τον πίνακα 3 και φτιάχνουμε μια βοηθητική στήλη A_i όπου:

$$A_i = 1 / \sum_{j=1}^j D_j * F_{ij} * B_j$$

Αφού έχουμε προσθέσει μια βοηθητική γραμμή B_j , κάτω από αυτήν των D_j , όλα τα στοιχεία της οποίας τα θέτουμε ίσα με την μονάδα για να αρχίσουμε τις επαναλήψεις. Τότε φτιάχνουμε τα κελιά του πίνακα, τις τιμές T_{ij} όπου:

$$T_{ij} = A_i * O_i * B_j * D_j * F_{ij}$$

Τα $\sum_i T_{ij}^n$ και $\sum_j T_{ij}^n$ είναι αντίστοιχα τα αθροίσματα των στηλών και σειρών αντίστοιχα.

Πίνακας 12

1η επανάληψη

	1	2	3	4	$\sum_j T_{ij}^1$	O'_i	A_i	$A_i (n-1)$	$\sum_j T_{ij}^1 / O'_i$
1	393	364	227	495	1479	1479	9,2678E-05	-	1
2	481	802	165	1314	2761	2761	0,000109341	-	1
3	965	531	810	483	2790	2790	0,000145429	-	1
4	524	1054	120	532	2231	2231	9,87504E-05	-	1
$\sum_i T_{ij}^1$	2363	2752	1323	2824	9261				
D'_j	1988	3317	1384	3016					
B_j	1	1	1	1					
$\sum_i T_{ij}^1 / D'_j$	1,19	0,83	0,96	0,94					

Για την δεύτερη επανάληψη $n=2$ υπολογίζουμε πρώτα τα B_j^2 με την παρακάτω σχέση που ισχύει για κάθε επανάληψη n :

$$B_j^n = 1 / \sum_j A_i^{n-1} * O_i * F_{ij}$$

Συνεχίζουμε βρίσκοντας τις τιμές A_i^2 και τα T_{ij} με την βοήθεια των αντιστοίχων σχέσεων που αναφέρθηκαν παραπάνω. Παράλληλα έχουμε κατασκευάσει την σειρά $\sum T_{ij} / D_j$ και την στήλη $\sum T_{ij} / O_{ij}$. Συνεχίζουμε τις επαναλήψεις έως ότου $\sum \sum T_{ij} / D_j = \sum \sum T_{ij} / D_j$ (αρχική τιμή).

Πίνακας 13

2η επανάληψη

	1	2	3	4	$\sum_j T_{ij}^2$	O'_i	A_i	$A_i (n-1)$	$\sum_j T_{ij}^2 / O'_i$
1	319	423	229	509	1479	1479	8,92608E-05	9,2678E-05	1
2	379	906	162	1315	2761	2761	0,000102453	0,00010934	1
3	804	634	840	511	2790	2790	0,000144064	0,00014543	1
4	409	1179	117	527	2231	2231	9,15557E-05	9,875E-05	1
$\sum_i T_{ij}^2$	1911	3141	1347	2862	9261				
D'_j	1988	3317	1384	3016					
B_j	0,8412	1,2055	1,0464	1,0681					
$\sum_i T_{ij}^2 / D'_j$	0,96	0,95	0,97	0,95					